NOM et Prénom : **CLASSE**

Devoir Commun de Mathématiques – Classes de Seconde – Lundi 16 Mai 2011 – **Sujet B**

Durée : 2 heures Calculatrice autorisée – Devoir noté sur 40

EXERCICE 1 (8 points)

Pour chacune des questions ci-dessous, une seule des réponses proposées est exacte.
Vous devez entourer la réponse exacte sans justification.
Une bonne réponse rapporte **1 point**. Chaque erreur enlève **0.5 point**.
L'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est **0**.

Questions 1 à 5

On donne le tableau des variations d'une fonction f définie sur [- 5 ; 3]

x	-5		1		3
$f(x)$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1

QUESTIONS	REPONSES
1. Quelle est la seule égalité possible ?	• $f(-2) = -5$ • $f(0) = 2$ • $f(-1) = -3$
2. Quelle est la seule affirmation exacte ?	• f est croissante sur [- 2 ; 4] • f est décroissante sur [4 ; - 1] • f est décroissante sur [1 ; 3]
3. Que peut-on dire de l'ordre des nombres $f(0,5)$ et $f(2)$?	• On ne peut rien dire • $f(0,5) > f(2)$ • $f(0,5) < f(2)$
4 .Quel est le nombre d'antécédents de –2 par f ?	• 0 • 1 • 2
5. Quelle est la seule affirmation exacte ?	• Le minimum de f sur [- 5 ; 1] est – 5 • Le maximum de f sur [1 ; 3] est 3 • Le minimum de f sur [- 5 ; 3] est - 2
6. g est une fonction affine Si $g(0) = 6$ et $g(1) = 8$ alors g est définie sur IR par :	• $g(x) = 0,5x + 6$ • $g(x) = 2x + 8$ • $g(x) = 2x + 6$
7 . Si a et b sont deux nombres réels tels que $-1 < a < 0$ et $1 < b < 2$ alors	• $a^2 > 1$ et $b^2 > 1$ • $a^2 < 1 < b^2 < 4$ • $1 < a^2 < b^2 < 4$
8 .Si a et b sont deux nombres réels tels que $-2 < a < -1 < b < 0$ alors	• $\frac{1}{b} < -1 < \frac{1}{a} < -\frac{1}{2}$ • $-2 < \frac{1}{a} < -1 < \frac{1}{b} < 0$ • $-1 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a} < -\frac{1}{2}$

<u>EXERCICE 2</u> (10 points)

A ; B et C sont trois points du plan placés sur la figure ci- dessous :

1) Placer le milieu N de [AB] et construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

2) On admet que le triangle ACD est rectangle en C. Préciser la nature du quadrilatère ACDN . Justifier

3) Tracer le repère orthonormé (O , I , J) tel que dans ce repère on ait :

   A (4 ; 1) ; B (- 4 ; 5) ; C (3 ; - 1) ; D (- 1 ; 1) et N (0 ; 3)

On se place désormais dans ce repère

4) Calculer l'aire du quadrilatère ACDN

5) a) Donner en utilisant le graphique une équation de la droite (AC). Expliquer

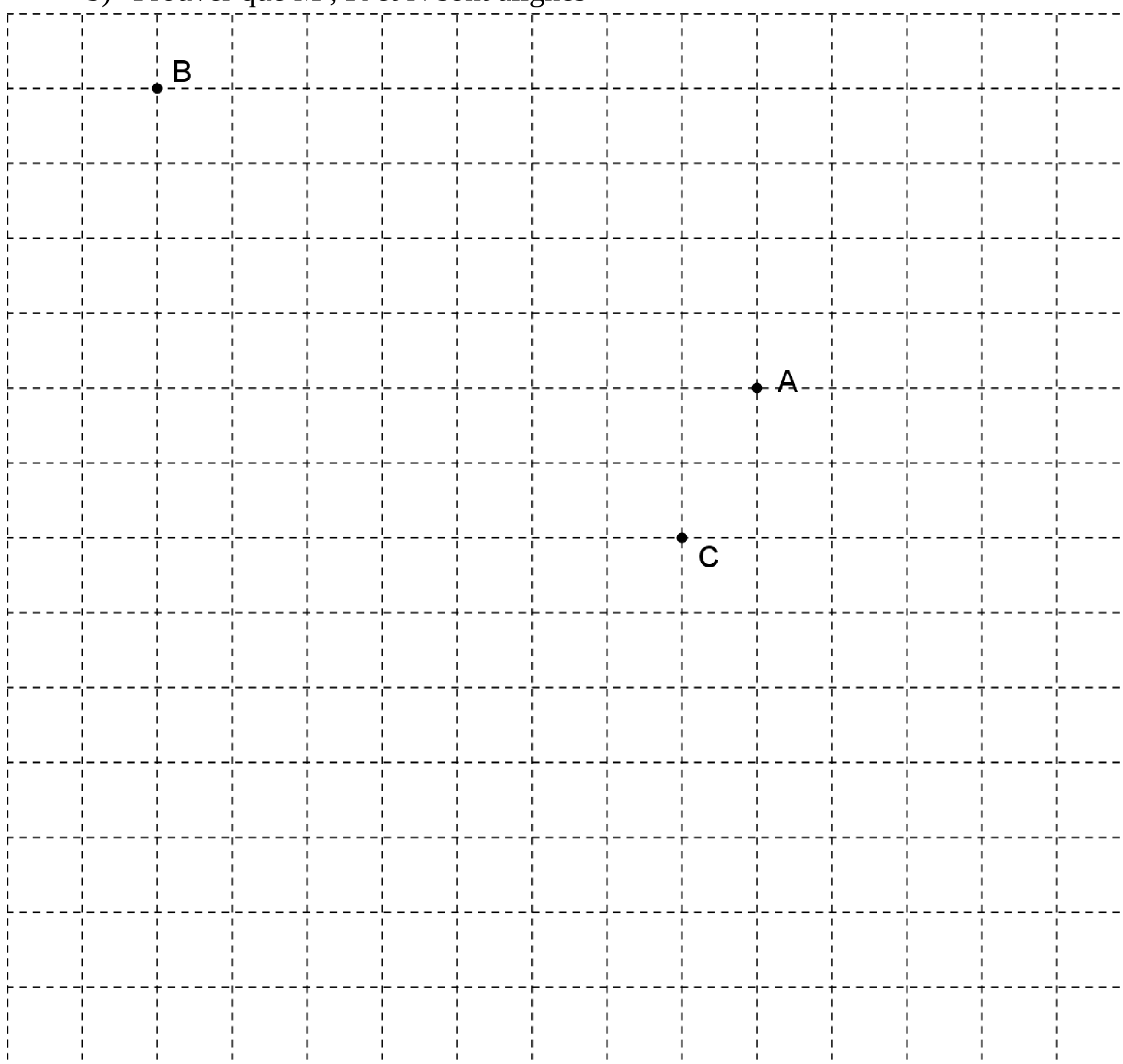
   b) Déterminer par le calcul une équation de la droite (BD)

   c) Construire le point M, point d'intersection des droites (AC) et (BD) et montrer que ses coordonnées sont (2 ; - 3)

6) Soit K le milieu de [DC]

   a) Calculer les coordonnées de K et le placer sur le graphique

   b) Prouver que M , K et N sont alignés



EXERCICE 3 (**4 points**)

1) Le relevé suivant donne les notes obtenues par 35 élèves à un devoir de mathématiques :

Les résultats pourront être obtenus en utilisant la calculatrice. Aucune justification n'est demandée

Note x_i	2	4	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16	17	18
Effectif n_i	3	2	1	4	3	1	4	3	1	3	2	3	2	2	1

a) Quelle est l'étendue de cette série ?
b) Quelle est la médiane de cette série ?
c) Donner le 1^{er} et le $3^{ème}$ quartile
d) Donner la moyenne de cette série arrondie au centième le plus proche

2) A un devoir de français la moyenne des 10 filles de la classe a été de 14,8 et celle des 25 garçons de 11,2. Quelle a été la moyenne de la classe ? Le résultat sera justifié et arrondi au dixième le plus proche

EXERCICE 4 (**5 points**)

Résoudre dans IR les équations et l'inéquation suivantes :
Ne pas oublier de donner l'ensemble des solutions sous la forme : S =….

a) $(-3x-8)(x^2+2) = 0$ b) $\dfrac{3x+1}{x-1} = \dfrac{3x}{x+3}$ c) $(9x-4)(2-x) \leq 0$

EXERCICE 5 (**13 points**)

Partie A

Soit f et g les fonctions définies sur IR par : $f(x) = -(x-8)^2 + 64$ et $g(x) = -2x + 56$

On note C_f et C_g les courbes représentatives respectives des fonctions f et g dans un repère

1) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = -x^2 + 16x$

2) Sur le grahique donné à la fin de l'exercice on a tracé les courbes C_f et C_g . Associer à chaque fonction sa courbe représentative. Justifier

3) Dresser les tableaux des variations des fonctions f et g . **Justifier sans utiliser le graphique**

4) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$ et l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

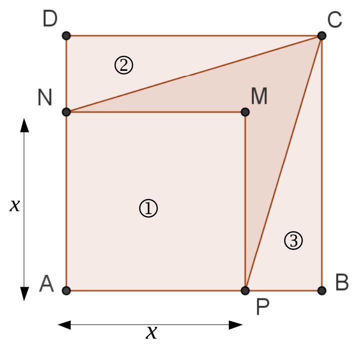
5) On souhaite résoudre l'équation $f(x) = 52$
   a. Utiliser le graphique pour donner des valeurs approchées des solutions de cette équation. Les traits de construction devront figurer sur le schéma.
   b. Montrer que pour tout réel x on a : $52 - f(x) = (x-8)^2 - (2\sqrt{3})^2$
   c. Déduire de la question précédente la factorisation de $52 - f(x)$ puis les valeurs exactes des solutions de l'équation $f(x) = 52$

Partie B

Dans le carré ABCD de côté 16, P est un point quelconque de [AB] et on note AP = x .

On construit la « flèche » PMNC comme indiqué sur la figure, APMN étant un carré.

On note A(x) l'aire de cette « flèche » PMNC.



1 A quel intervalle x appartient-il?

2 a) Exprimer en fonction de x les aires A_1 , A_2 et A_3 des parties notées ①, ② et ③ sur la figure.

b) En déduire que l'aire de la « flèche » PMNC s'exprime en fonction de x par : $A(x) = -x^2 + 16x$

c) Utiliser la partie A pour déterminer :

- L'aire maximale de la « flèche » PMNC
- Les valeurs de x pour lesquelles l'aire de la « flèche » PMNC est égale à 52